講義資料

http://d2mate.mdxes.iir.isct.ac.jp/D2MatE/D2MatE_programs.html?page=statistics

統計力学 (C)

元素戦略MDX研究センター　神谷利夫

フロンティア材料研究所　久保田 雄太

講義予定　MAT.C203 火・金 15:25~17:05

授業準備期間　9月28日(月)～9月30日(水)　　授業　　10月1日(木)～11月24日(火)
10月9日(金)～10月12日(月) 大学祭(準備・片付け含む)のため授業休み　10月15日(木) 月曜の授業を行う
11月25日(水)～12月2日(水) 期末試験・補講　※12月2日(水)は週1回科目の予備日

第01回 10/2　熱力学の復習　(神谷)
第02回 10/6　気体分子運動論 Maxwell分布、位相空間　(神谷)
授業休み　10/9 (大学祭準備)
第03回 10/13 古典統計力学の基礎 (Boltzmann分布)　(神谷)
　　分配関数の乗数原理
第04回 10/16 Gibbsのパラドックス、正準理論　(神谷)
第05回 10/20　(休講)
第06回 10/23 等分配則、大正準分布、量子統計力学　(神谷)
第07回 10/27 統計分布関数 復習　(神谷)

第08回 10/30 古典統計力学の応用と問題2　(久保田)
第09回 11/6　固体の比熱　(久保田)
第10回 11/10 理想Bose気体、光子と熱輻射　(久保田)
第11回 11/13 理想Fermi期待、金属中の電子　(久保田)
第12回 11/17 半導体中の電子、Fermi準位、ドーピング　(久保田)
第13回 11/20 相転移　(久保田)
第14回 11/24 復習（統計力学全般）　(久保田)
第15回 11/27 試験

神谷: 統計分布関数の導出

1. 対称性から分布関数を導出
2. 配置数を最大化して分布関数を導出
3. エネルギーの配置数だけから導出 (正準理論)
4. 粒子数が変わる場合の分布関数 (大正準理論)
5. 制約条件がある場合の分布関数 (量子統計)

久保田先生: 統計力学の応用

1. 比熱 (フォノン)
2. 放射温度計
3. 金属中の電子物性、比熱 (電子)
4. 半導体中の電子物性
5. 超伝導

課題回答 2026/10/23

課題1: 古典統計力学と量子統計力学における等確率の原理の違いについて
簡単に説明してください

重要な条件: 平衡にある小正準集団 (孤立系) で、
同じエネルギー (同じエネルギー幅 E ~ E+ΔE) の状態について

等確率(等重率)の原理: 古典統計

位相空間に占める体積が同じであれば、それらの微視的状態が出現する確率は等しい

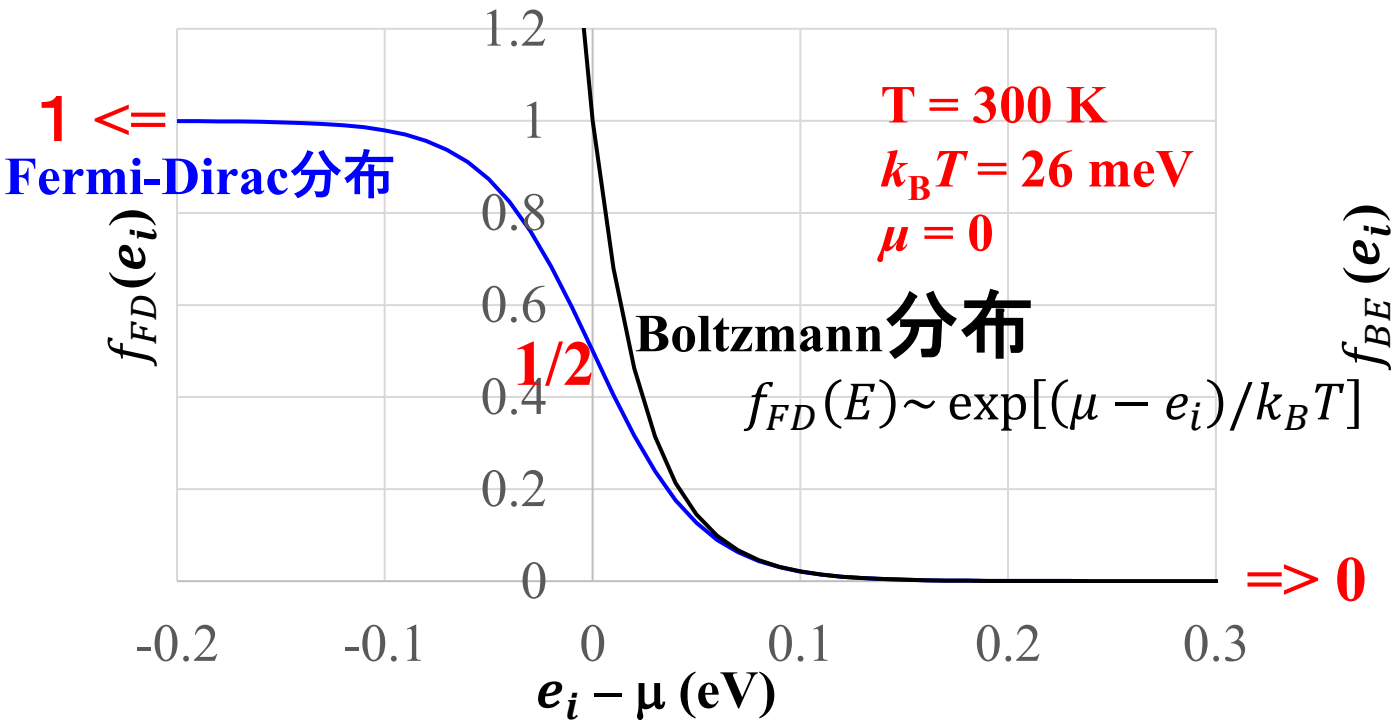
等確率(等重率)の原理: 量子統計

全ての固有状態が出現する確率は等しい

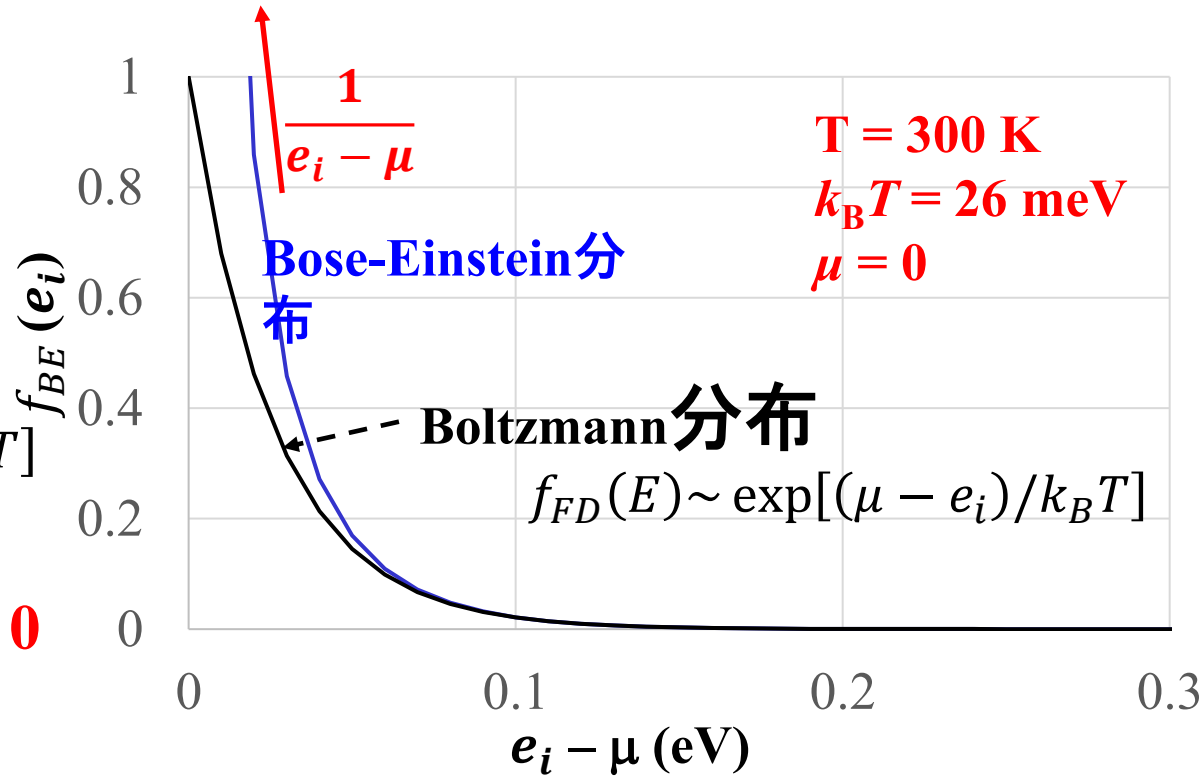
課題 2026/10/23

課題2：Boltzmann分布、Fermi-Dirac分布、Bose-Einstein分布の数式を書き、
手描きでグラフを描いてください。

Fermi-Dirac分布: $f_{FD}(e_i) = \frac{1}{\exp[(e_i-\mu)/k_BT]+1}$



Bose-Einstein分布: $f_{FD}(e_i) = \frac{1}{\exp[(e_i-\mu)/k_BT]-1}$



質問など

感想: 過去資料にずんだもんやゆっくり実況の統計力学解説があり、ハードルが少し下がった
返答: 対話型のまとめ動画が役に立つのであれば、対応する
※ Gemini Notebookに講義資料を入れて解説音声・解説動画を作ることもできます

感想: 一番理解が難しかった授業で、特に小正準集団から正準理論、大正準理論への導出を理解するのは極めて難しい
返答: 内容を簡単にする選択肢もありますが、そうすると、物理化学や化学反応論の教科書と変わらなくなります。将来思い出して参考にしてくれればと思います。

質問: 統計力学は統計力学(M)もありますが、どこが異なるのでしょうか。
統計力学(M): 金属分野の先生が担当
統計力学(C): 無機分野の先生が担当
統計力学(P): 有機分野の先生が担当 (科目名が変わったかも)
難易度: P < M < C
MとCの違い:
- 半導体統計が入っているかどうか
- 統計分布関数の導出過程をどこまで掘り下げているか
統計力学(C): 将来の研究で有限温度の物性計算に対応できることを重視

質問など

Claude Opus5.5に質問: 量子統計力学に特有の現象は何ですか？

Opusの回答:

FD: 縮退圧、白色矮星や中性子性などの維持

神谷注: 縮退圧自体はこの講義で扱いませんが、金属中の電子と同じです
物質の大きさを維持する、本質的な効果です。
「フェルミ粒子は物質を作る」
「ボース粒子は相互作用を媒介する (フォトン=>電磁場)」

BE: BE凝縮、超流動

両方: 超伝導、^{3}Heの超流動

神谷注: これは適切とは言えません。どちらもBE凝縮の結果です。
超伝導は電子が対になってボース粒子としてふるまってBE凝縮する結果です

質問など

質問: わかりやすい、とっつきやすい統計力学の教科書

回答: できれば書籍部・本屋で内容を見て判断してください

- **入門熱力学・統計力学、森弘之、森北出版**
  最短距離で統計分布から相転移まで扱っている。
  とりあえず通して読み講義資料を見返すか、この講義の要約として使うのがいいかも
- **熱統計力学、阿部龍蔵、裳華房**
  本講義の下本。物理学者の教科書。
  コンパクトにまとめているが、基礎からしっかり書いてある。
  講義資料があるので特に買う必要はないが、講義資料のバグだしとして持っているといい
- **統計力学入門 愚問からのアプローチ、高橋康、講談社**
  物理に真剣に興味がある人向き:
  理論体系に疑問があるとき、読んでみるといいかも。
  その他、解析力学、場の理論など、高橋先生のソフトカバー本は役に立つ

質問など

質問: 光子やフォノンのBose分布（Planck分布）では、粒子数が保存されないため化学ポテンシャルを $\mu=0$ とすると学びました。

一方で、大正準分布はもともと「粒子数が変動する系」を扱う手法でありながら、電子などの場合は $\mu\neq0$ となります。

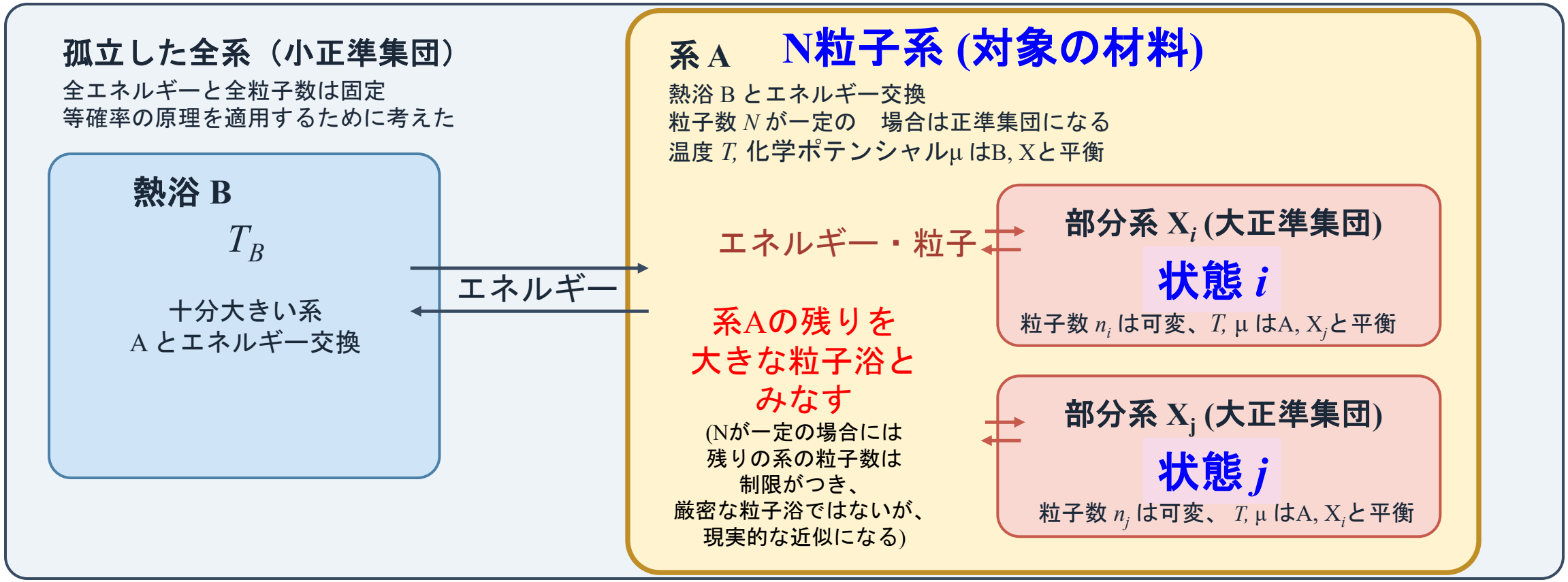
同じ「粒子数が変わる系」であっても、外系と粒子をやり取りする場合（$\mu\neq0$）と、光子のように粒子数自体が保存されない場合（$\mu = 0$）とで、大正準分布や熱力学的な視点からはどのような違いがあるのでしょうか。

回答: この点、明確に説明している教科書は少ない。

　この講義も、今年から大正準集団で導出するように修正したので、話が飛んだ。

今日の講義で説明する

N粒子系 A (正準集団) の部分状態 i を大正準集団として扱う



熱平衡の条件

$$T_A = T_B = T_{Xi} = T_{Xj} = T \qquad \mu_{Xi} = \mu_{Xj} = \mu_{\mathrm{rest}} = \mu_{\mathrm{A}} = \mu$$

質問など

質問: Bose-Einstein 分布では発散する部分があるが、確率の総和は1になっているのか？
回答:

- BE分布の数式は $e = \mu$ で発散するが、
  μ は粒子数に合うように決められ、一般に負の値であるので発散しない

- Plank分布では粒子数の制限はない。
  $e = 0$ では $f_{BE}(e)$ は発散するが、状態密度は $\lim_{e \to 0} D(e) = 0$ のため、
  粒子数の積分は発散しない。

- BE分布では、ある温度 Tc 以下では

$$N_{integ} = \int D(\mathrm{e}) f_{BE}(e) de < N$$

となる場合がある。
この場合、$\mu = 0$ となり、$N_0 = N - N_{integ}$ の粒子は、基底状態に凝縮する。
これがBE凝縮であり、超伝導・超流動の起源

今日の流れ

第0部　はじめに: 今説明している資料

第1部　量子統計復習

前半分試験の主な出題範囲

（他に「なぜ分布関数は指数関数になるか」、など）

（第2部　量子統計のエントロピー）

（第3部　古典統計力学の応用3）

目標

1. 量子統計分布関数の理解
2. 具体的な問題を解く際の手順を理解する